数据库系统概论
高级篇

An Introduction to Database System

王珊

中国人民大学信息学院

School of Information,
Renmin University of China

2016

第六章 关系数据理论

6.1 问题的提出—为什么要学习关系数据理论

6.2 规范化

6.3 数据依赖的公理系统（简单介绍）

6.4 模式的分解（简单介绍）

6.5 小结

中国人民大学 数据库系统概论

6.3　数据依赖的公理系统

- 数据依赖的公理系统是模式分解算法的理论基础。
- 函数依赖的一个有效而完备的公理系统——Armstrong公理系统，一套推理规则，是模式分解算法的理论基础。

已知：R<U, F>，U={X,C,W,Y, Z, }，F={X→YZ, Z→CW}

问：X→CWYZ是否为F逻辑蕴含

用途

- 从一组函数依赖求得蕴含的函数依赖。例如问*X* →*Y*是否被*F*所蕴含。
- 求给定关系模式的码。

- 逻辑蕴含

定义6.11　对于满足一组函数依赖F的关系模式*R* <*U*，*F*>，其任何一个关系*r*，若函数依赖*X*→*Y*都成立（即r中任意两元组*t*，*s*，若*t* [*X*]=*s* [*X*]，则 *t* [*Y*] = *s* [*Y*]），则称*F*逻辑蕴含*X* →*Y*。

1. Armstrong公理系统

Armstrong公理系统

设U为属性集总体，F是U上的一组函数依赖，于是有关系模式R <U，F >。

对R <U，F> 来说有以下的推理规则：

- AI. 自反律(Reflexivity)：若$Y \subseteq X \subseteq U$，则$X \rightarrow Y$为$F$所蕴含。
- A2. 增广律(Augmentation)：若$X \rightarrow Y$为F所蕴含，且$Z \subseteq U$，则$XZ \rightarrow YZ$为F所蕴含。
- A3. 传递律(Transitivity)：若$X \rightarrow Y$及$Y \rightarrow Z$为F所蕴含，则$X \rightarrow Z$为F所蕴含。

定理6.l Armstrong推理规则是正确的

（证明参见《数据库系统概论P.190~P.191》）

2. 导出规则

1.根据A1，A2，A3这三条推理规则可以得到下面三条推理规则：

- 合并规则：由$X\rightarrow Y$，$X\rightarrow Z$，有$X\rightarrow YZ$。

  （A2， A3）$X\rightarrow Y X$，$XY\rightarrow ZY$

- 伪传递规则：由$X\rightarrow Y$，$WY\rightarrow Z$，有$XW\rightarrow Z$。

  （A2， A3）$XW\rightarrow YW$

- 分解规则：由$X\rightarrow Y$及$Z\subseteq Y$，有$X\rightarrow Z$。

  （A1， A3）$Z\subseteq Y$，$Y\rightarrow Z$

2.根据合并规则和分解规则，可得引理6.1

引理6.l $X\rightarrow A_1 A_2 \ldots A_k$成立的充分必要条件是 $X\rightarrow A_i$ 成立（i =l，2，…，k）。

中国人民大学 数据库系统概论

3. 函数依赖闭包

❖ 闭包 F^+

定义6.l2 在关系模式R<U，F>中为F所逻辑蕴含的函数依赖的全体叫作*F*的闭包（closure），记为F^+。

❖ X关于函数依赖集F的闭包X_F^+

定义6.13 设F为属性集U上的一组函数依赖，$X \subseteq U$， $X_F^+ =\{ A|X\rightarrow A$能由$F$根据Armstrong公理导出$\}$，$X_F^+$称为属性集*X*关于函数依赖集*F*的闭包。

3. 函数依赖闭包

R<U,F>，U=(X,Y,Z)，F= $\{ X \to Y,\ Y \to Z \}$,

$F^{+} = \{$

$X \to X$, $X \to Y$, $X \to Z$, $X \to XY$, $X \to XZ$, $X \to YZ$,

$Y \to Y$, $Y \to Z$, $Y \to YZ$,

$Z \to Z$,

$XY \to X$, $XY \to Y$, $XY \to Z$, $XY \to XY$, $XY \to YZ$, $XY \to XZ$, $XY \to XYZ$,

$XZ \to X$, $XZ \to Y$, $XZ \to Z$, $XZ \to XY$, $XZ \to XZ$, $XZ \to XY$, $XZ \to XYZ$,

$YZ \to Y$, $YZ \to Z$, $YZ \to YZ$,

$XYZ \to X$, $XYZ \to Y$, $XYZ \to Z$, $XYZ \to XY$, $XYZ \to YZ$ $XYZ \to XZ$, $XYZ \to XYZ$

$\}$

3. 函数依赖闭包 F^+

❖ 关于闭包的引理

引理6.2 设F为属性集U上的一组函数依赖，X，$Y \subseteq U$，$X \rightarrow Y$能由F根据Armstrong公理导出的充分必要条件是$Y \subseteq X_F^+$。

❖ 引理6.2的用途

1. 将判定$X \rightarrow Y$是否能由F根据Armstrong公理导出的问题，就转化为求出X_F^+，判定Y是否为X_F^+的子集的问题。
2. 如果X_F^+= U，X是R<U，F> 的候选码。

❖ X_F^+可以用算法来求得！

4. 求属性集X 关于F的闭包X_F^+

算法6.l

对于R<U，F>，求属性集X（$X \subseteq U$）关于U上的函数依赖集F的闭包 X_F^+。

输入：X，F

输出：X_F^+

步骤：

迭代

中国人民大学 数据库系统概论

求 X_F^+的例子

[例1] 已知关系模式R<U, F>，其中U={A,B,C,D,E}；F={AB->C,B->D,C->E,EC->B,AC->B}。求$(AB)_F^+$。

AB->C, B->D　C->E, AC->B

设$X^{(0)}$=AB

计算$X^{(1)}$；

$X^{(1)}$=AB U CD=ABCD

因为$X^{(0)} \neq X^{(1)}$，计算$X^{(2)}$；

$X^{(2)}=X^{(1)}$ U BE=ABCDE

这时$X^{(2)} \neq X^{(1)}$，但$X^{(2)}$已等于全部属性集合**U**，所以

$(AB)_F^+$=ABCDE

还有一种情况：如果$X^{(i)}=X^{(i-1)}$，则$X^{(i)}$即为所求的闭包。

4. 求属性集X 关于F的闭包X_F^+

算法6.l 对于R<U，F>，求属性集X（$X \subseteq U$）关于U上的函数依赖集F的闭包 X_F^+ 。

输入：X，F

输出：X_F^+

步骤

（1）令$X^{(0)}=X$，$i=0$

（2）求B，这里$B = \{ A \mid$

$$(\exists V)(\exists W)(V\rightarrow W\in F \wedge V \subseteq X^{(i)} \wedge A\in W)\};$$

对$X^{(i)}$中的每个元素，依次检查相应的函数依赖,将依赖它的属性加入B

（3）$X^{(i+1)}=B \cup X^{(i)}$

（4）判断$X^{(i+1)} = X^{(i)}$吗?

（5）若相等或$X^{(i)}=U$，则$X^{(i)}$就是X_F^+，

算法终止。

（6）若否，则$i=i+l$，返回第（2）步。

5. Armstrong公理系统的有效性与完备性

❖ 有效性与完备性的含义

- 有效性：由F出发根据Armstrong公理推导出来的每一个函数依赖一定在F^+中
- 完备性：F^+中的每一个函数依赖，必定可以由F出发根据Armstrong公理推导出来

❖ 定理6.2 Armstrong公理系统是有效的、完备的。

（证明参见《数据库系统概论P.192~P.193》）

中国人民大学 数据库系统概论

6. 函数依赖集等价的概念

❖函数依赖集等价定义

定义6.14 如果$G^+=F^+$，就说函数依赖集*F*覆盖*G*（*F*是*G*的覆盖，或*G*是*F*的覆盖），或*F*与*G*等价。

两个函数依赖集等价是指它们的闭包等价

7. 最小依赖集

❖ 也称为极小函数依赖集，最小覆盖

定义6.15　如果函数依赖集F满足下列条件，则称F为一个最小依赖集。

(1) F中任一函数依赖的右部仅含有一个属性。

(2) F中不存在这样的函数依赖X→A，使得F与F-{X→A}等价。

(3) F中不存在这样的函数依赖X→A，X有真子集Z使得F-{X→A}∪{Z→A}与F等价。

即F中的函数依赖均不能由F中其他函数依赖导出

F中各函数依赖左部均为最小属性集(不存在冗余属性)

例题

- R<U, F>， U=ABCD,
- 函数依赖集 F = {A→BD， AB→C， C→D}。
- 求： F最小函数依赖集
- 解法步骤：
  - 1.将F中的所有函数依赖的右边化为单一属性
  - 2.去掉F中的所有函数依赖左边的冗余属性
  - 3.去掉F中所有冗余的函数依赖

例题图解（1）

❖ （1）将F中的所有函数依赖右边化为单一属性

$$F=\{\boxed{A \to BD},\ \boxed{AB \to C},\ \boxed{C \to D}\}$$

❖ F={ , , , }

中国人民大学 数据库系统概论

例题图解（2）

❖ 2.去掉F中的所有函数依赖左边的冗余属性

F={A→B， A→D， AB →C， C →D}

$A^+ = \{A,\ \ ,\ \ ,\ \ \}$　　$B^+ = \{B\}$

例题图解（3）

❖3.去掉F中所有冗余的函数依赖关系

F={A→B， A→D， A→C， C →D}

B　　　　C　　　　D

$A^+ = \{A, \quad , \quad , \quad \}$

7. 最小依赖集

F的最小依赖集F_m不一定是唯一的

[例] $F = \{A\to B，B\to A，B\to C，A\to C，C\to A\}$

F的最小依赖集：

$F_{m1}= \{A\to B，B\to C，C\to A\}$

$F_{m2}= \{A\to B，B\to A，A\to C，C\to A\}$

F的最小依赖集F_m不一定是唯一的，它与对各函数依赖FD_i 及$X\to A$中X各属性的处置的顺序有关。

中国人民大学 数据库系统概论

6.3 数据依赖的公理系统

1. Armstrong公理系统
2. 导出规则
3. 函数依赖闭包F^+
4. 求属性集X（$X \subseteq U$）关于F的闭包X_F^+
5. Armstrong公理系统的有效性与完备性
6. 函数依赖集等价的概念
7. 最小依赖集或最小覆盖

思考题

1. 已知：R<U, F>， U={X,C,W,Y, Z, }， F={X→YZ, Z→CW}
   试证：X→CWYZ

2. 已知: F={X→YZ, Z→CW, W→V, S→T}
   求: X_F^+

中国人民大学 数据库系统概论

第六章 关系数据理论